

Контрольная работа по теме "Пределы", мех.-мат. фак-т, 1-й сем.

1. Запишите определение предела $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. Пользуясь им, докажите, что $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^5 + x + 3 \sin x) = +\infty$.

2. Докажите сходимость рекуррентно заданной последовательности (x_n) : $x_{n+1} = \sin x_n$, $x_1 = 10$, и найдите её предел.

3. Вычислите пределы:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[4]{x^4 + x^3} - \sqrt{x^2 + x})$,

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5^{x^2} - 625}{\ln(3x^2 - 7x + 3)}$,

в) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\cos 2x}{\cos 6} \right)^{\operatorname{ctg} \pi x}$,

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{\ln(1 + x^2 - x^4) + \ln(1 - x^2 - x^4)}$,

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2(x - 2x^2) - 2^{x^2+x^3} + \cos x}{\sqrt[3]{1 + 3x} - 1 - x}$.