

$$\sqrt{1.489.} f(x) = \frac{x^4 - x^3 - 6x^2}{(x-2)^2(x+1)}.$$

$$\sqrt{1.491.} f(x) = \frac{x^4 - 9x^2}{(x-4)^2(x+1)^3}.$$

$$\diamond 1.493. f(x) = \frac{4x^5 + 13x^4}{(x+2)^2(1-x^2)}.$$

$$1.490. f(x) = \frac{(x+1)^2(x-2)^2}{(x-3)(x^2+1)}.$$

$$1.492. f(x) = \frac{(x-4)^2(x+1)(x+3)}{(x^2-4)(x+2)^2}.$$

$$1.494^* f(x) = \frac{(x-2)(x^4+2x^3+3x^2)}{(4x^2-4x+1)(4x^2-1)}.$$

Построить эскиз графика алгебраической функции (1.495—1.531).

$$\diamond 1.495. f(x) = \sqrt{x^2 - x^3}.$$

$$1.496. f(x) = \sqrt{(x-1)^2(x-2)}.$$

$$\diamond 1.497. f(x) = \sqrt[3]{x^2(x^3-1)}.$$

$$1.498. f(x) = \sqrt[3]{x^3-3x^2}.$$

$$\sqrt{1.499.} f(x) = \sqrt[5]{(x+2)^2(x-1)}.$$

$$1.500. f(x) = \sqrt[5]{(x-3)^6(x+2)}.$$

$$1.501. f(x) = \sqrt{x^2(x-1)^2(x-2)}. \quad \sqrt{1.502.} f(x) = \sqrt[3]{x^6(x+2)^4(1-x)}.$$

$$\sqrt{1.503.} f(x) = \sqrt[3]{(x+1)^7(x-2)^2(x-1)}. \quad 1.504. f(x) = \sqrt[5]{2x^2(x-3)^3(x^2-2x)^4}.$$

$$\sqrt{1.505.} f(x) = (x+1)^{1/2}(x-1)^{1/3}(x-2)^2(x-3)^{2/3}. \quad 1.506. f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\sqrt{1.507.} f(x) = \frac{x-2}{x-1}\sqrt{x}. \quad 1.508. f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2-x}}{x^2-x-6} \quad \sqrt{1.509.} f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2-4}.$$

$$1.510. f(x) = \frac{\sqrt{x^2(x+1)^2(x-2)}}{x^2-7x+12}. \quad 1.511. f(x) = \frac{\sqrt[5]{(x+4)^7(x-2)^2(x+1)}}{\sqrt{(x+2)^2(x+5)}}.$$

$$\diamond 1.512. f(x) = \frac{\sqrt{(x-1)^2(x+2)} \cdot \sqrt[3]{x-2}}{x \sqrt[6]{(x+1)^4(x+4)}} \quad \sqrt{1.513.} f(x) = \frac{\sqrt[5]{(x+1)^2(x-2)^3} \cdot \sqrt{x+10}}{\sqrt[3]{(x+2)^2(x-3)}}.$$

$$\diamond 1.514. f(x) = \sqrt[3]{x^2-x^2}. \quad 1.515. f(x) = \sqrt[3]{x^2+2x+1}.$$

$$1.516. f(x) = x + \sqrt[5]{(x-1)^2}. \quad 1.517. f(x) = \sqrt[5]{(x-1)^4-x}.$$

$$1.518. f(x) = 2x-1+4\sqrt[3]{(x-2)^2}. \quad \sqrt{1.519.} f(x) = x - \sqrt[5]{(x-1)^2}.$$

$$1.520. f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{(x+1)^2}. \quad 1.521. f(x) = \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{(x+1)^2}.$$

$$\diamond 1.522. f(x) = x + \sqrt{x^2-4}. \quad 1.523. f(x) = \sqrt{x^2+9x-x}.$$

$$\sqrt{1.524.} f(x) = \sqrt{x^2+9} + \sqrt{x^2-9}. \quad 1.525. f(x) = \sqrt{x^2+x+1} - \sqrt{x^2-x+1}.$$

$$1.526. f(x) = \sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{\sqrt[4]{2-x}}. \quad \sqrt{1.527.} f(x) = \sqrt[5]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}.$$

$$1.528. f(x) = \sqrt[4]{x^4-1} + \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}. \quad 1.529. f(x) = \sqrt[3]{x^2-x^3} + \frac{1}{\sqrt{x+2}}.$$

$$1.530^* f(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{x+1}} + \sqrt[3]{\frac{x+2}{x-1}}. \quad 1.531^* f(x) = \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{(x-4)^2}}{x-2}.$$

Построить эскиз графика функции (1.532—1.545).

$$\sqrt{1.532.} f(x) = (|x+1|-3)x^2.$$

$$1.533. f(x) = (|x|+1)(x-3)x^2.$$

$$1.534. f(x) = |x^3-x^5+2|.$$

$$1.535. f(x) = |x^2-x^4|+4.$$

$$1.536. f(x) = \frac{|x+2|(x-1)^2}{x^2+1}.$$

$$1.537. f(x) = \frac{|x|(x^3-1)(x+4)}{(x^4+2)(x-3)}.$$

$$1.538. f(x) = \frac{(x^3-1)(x-2)}{(|x|-1)^2(x-4)}.$$

$$1.539. f(x) = \frac{x-2}{|x+3|} \cdot \sqrt[3]{x+2}.$$

$$1.540. f(x) = \frac{2x^2-1}{\sqrt{|x^2-4|}}.$$

$$\sqrt{1.541.} f(x) = \left| \sqrt[3]{x^2-x} \right| + 1.$$

$$1.542. f(x) = \left| \sqrt[3]{x^2+x} - 2 \right|.$$

$$\sqrt{1.543^*} f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1} - \sqrt{|x^4-4|}}.$$

$$1.544^* f(x) = x\sqrt{|x^2-1|} - \sqrt{x^2+1}+1.$$

$$1.254. f(x) = x^2 + \frac{x^2-1}{|x+1|} + \frac{|x^2-1|}{x-1}. \quad \checkmark 1.255. f(x) = \frac{|x^3+1|}{x+1} - \frac{|x^3-1|}{x-1}.$$

$$1.256. f(x) = \frac{x^2+x}{|x|} + \frac{x^2-x}{|x-1|} + \frac{x^2-1}{|x+1|}. \quad 1.257. f(x) = 2^{x-|x|} - 2^{2x}.$$

$$1.258. f(x) = 3^{1-2x} \cdot 9^{|x|}.$$

$$1.259. f(x) = \cos x + \sqrt{\cos^2 x}.$$

$$1.260. f(x) = \sin x - \sqrt{\sin^2 x}.$$

$$\checkmark 1.261. f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}}.$$

$$1.262. f(x) = \frac{1}{\operatorname{tg} x} + \operatorname{ctg} |x|.$$

$$1.263^*. f(x) = \frac{1 + |\cos x|}{\sin |x|}.$$

Раскрывая каждую функцию знак в формуле по определению, построить график функции (1.264–1.271).

$$1.264. f(x) = \operatorname{sgn} \cos x.$$

$$\diamond 1.265. f(x) = \cos(x + \pi \operatorname{sgn}(x^2 - \pi^2)).$$

$$1.266. f(x) = \operatorname{sgn} \sin \pi x + \operatorname{sgn} \cos \pi x. \quad 1.267. f(x) = \operatorname{sgn}(\sin \pi x + \cos \pi x).$$

$$\checkmark 1.268. f(x) = \operatorname{sgn}(\sin \pi x \cos \pi x).$$

$$1.269. f(x) = \sqrt[3]{x} \operatorname{sgn} \cos \pi x.$$

$$1.270. f(x) = x + \operatorname{sgn} \sin x.$$

$$1.271. f(x) = \cos x + \operatorname{sgn}(\log_2 x).$$

Раскрывая каждый модуль в формуле по определению, построить график функции. Найти точки экстремума функции и определить их характер (1.272–1.282).

$$\checkmark 1.272. f(x) = 2|x+3| + |x| + 2|x-2|.$$

$$1.273. f(x) = 2|x| - 3|x+1| - |x+2|.$$

$$1.274. f(x) = |x^2 + x| - x + 1.$$

$$\checkmark 1.275. f(x) = |x^2 - 2x - 3| + 2x - 5.$$

$$1.276. f(x) = (|x| - 2)(x + 3).$$

$$1.277. f(x) = |x - 2|(x + 3).$$

$$\checkmark 1.278. f(x) = \frac{|2x+3|}{|x-1|}.$$

$$1.279. f(x) = \frac{2-3|x|}{|x+2|}.$$

$$\diamond 1.280. f(x) = \frac{|x-3| + |x+1|}{|x+3| + |x-1|}.$$

$$1.281. f(x) = 2^{\log_2 x}.$$

$$\checkmark 1.282. f(x) = |\log_{1/3}(2|x-x|)|.$$

$$1.283. f(x) = \sin(x - 2|x|).$$

Используя геометрические преобразования, построить график функции. Найти точки экстремума функции и определить их характер (1.284–1.300).

$$1.284. f(x) = ||x| - 1|.$$

$$1.285. f(x) = ||2x - 1| - 2|.$$

$$1.286. f(x) = x^2 - |x|.$$

$$\checkmark 1.287. f(x) = x^2 - 3|x| + 1.$$

$$1.288. f(x) = |4x^2 + 4|x| - 8|.$$

$$1.289. f(x) = \left| \frac{2x-1}{3x+2} \right|.$$

$$\checkmark 1.290. f(x) = \left| \frac{|x|-1}{x} \right|.$$

$$1.291. f(x) = \frac{1}{|1 - |x-2||}.$$

$$1.292. f(x) = \frac{|2|x-1|-3|}{|x-1|+2}.$$

$$1.293. f(x) = \sqrt{|x+2|-1}.$$

$$1.294. f(x) = 2\sqrt{5-|x-1|}.$$

$$\checkmark 1.295. f(x) = |1 - \sqrt{3-|x-2||}.$$

$$1.296. f(x) = |\sqrt{|x-1|+1} - 2|.$$

$$1.297. f(x) = \lg(x^2 - 2x + 1).$$

$$1.298. f(x) = |\log_3(|x-2|)|.$$

$$1.299. f(x) = 2^{\log_{1/2}(|x-2|^{-1})}.$$

$$\diamond 1.300^*. f(x) = \log_{1/2} |1 - 2||x-1||.$$

$$1.301. f(x) = \sqrt{1 - \cos^2 x}.$$

$$1.302. f(x) = \sqrt{1 - \sin^2 x}.$$

$$\checkmark 1.303. f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}}.$$

Найти все значения x , удовлетворяющие условию (1.304—1.306).

✓ 1.304. $[x] = \{x\}$. 1.305. $\{x\}[x] < x - 1$. 1.306. $[x^3] + [x^2] + [x] = \{x\} - 1$.

1.307*: Привести пример любого положительного числа a , для которого верно равенство $\{a\} + \left\{\frac{1}{a}\right\} = 1$. Конечно ли множество таких чисел?

✓ 1.308. Доказать следующие утверждения:

- а) если $\{x\} \geq \{y\}$, то $\{x - y\} = \{x\} - \{y\}$; б) если $x \notin \mathbb{Z}$, то $\{-x\} = 1 - \{x\}$;
в) если $n \in \mathbb{N}$ и $n\{x\} < 1$, то $\{nx\} = n\{x\}$.

1.309. Построить график функции $f(x) = (x)$, где через (x) обозначено расстояние от числа x до ближайшего к нему целого числа.

Построить график функции (1.310—1.324).

✓ 1.310. а) $f(x) = [x^2]$; б) $g(x) = \{x^2\}$. 1.311. а) $f(x) = \left[\frac{1}{x}\right]$; б) $g(x) = \left\{\frac{1}{x}\right\}$.

◇ 1.312. а) $f(x) = [\sqrt{x}]$; б) $g(x) = \{\sqrt{x}\}$. 1.313. а) $f(x) = [x^2]$; б) $g(x) = \{x^2\}$.

1.314. а) $f(x) = \lg[x]$; б) $g(x) = \lg\{x\}$. 1.315. а) $f(x) = [2^x]$; б) $g(x) = \{2^x\}$.

✓ 1.316. $f(x) = [2 \cos 2\pi x]$. 1.317. $f(x) = \{\sin \pi x\}$.

✓ 1.318. $f(x) = [|x|]$. 1.319. $f(x) = |[x]|$. 1.320. $f(x) = \{|x|\}$.

1.321. $f(x) = \left[-\frac{x}{3}\right]$. ✓ 1.322. $f(x) = [3 - 2x]$.

1.323. $f(x) = |3\{x\} - 1|$. ✓ 1.324. $f(x) = |4\{0,5x\} - 2|$.

◇ 1.325. Пусть заданы числовые функции f и g . Доказать, что если для всякого $x \in D(f)$ выполнены условия $f(x) \in D(g)$ и $g(f(x)) = x$, то каждое своё значение функция f принимает ровно при одном значении аргумента.

✓ 1.326. Пусть заданы числовые функции f и g . Доказать, что если для всякого $x \in D(g)$ выполнены условия $g(x) \in D(f)$ и $f(g(x)) = x$, то все точки области определения функции g лежат во множестве значений функции f .

1.327. Привести пример таких функций f и g , что для всякого $x \in D(f)$ выполнены условия $f(x) \in D(g)$ и $g(f(x)) = x$, однако найдётся такое $a \in D(g)$, для которого $f(g(a)) \neq a$.

◇ 1.328. Доказать, что если функции f и g_1 взаимно обратные, а также функции f и g_2 взаимно обратные, то функции g_1 и g_2 совпадают.

◇ 1.329. Доказать, что всякая строго монотонная на всей области определения функция имеет обратную.

✓ 1.330°. Привести пример функции, не являющейся строго монотонной на всей своей области определения, однако имеющей обратную функцию.

1.331*. Привести пример функции, не являющейся строго монотонной ни на каком отрезке положительной длины внутри своей области определения, однако имеющей обратную.

✓ 1.332. Пусть функции f и g имеют обратные функции f^{-1} и g^{-1} соответственно. Доказать, что если композиция $h(x) = g(f(x))$ определена хотя бы в одной точке, то она также имеет обратную функцию h^{-1} , заданную на естественной области определения равенством $h^{-1}(x) = f^{-1}(g^{-1}(x))$.