

Листок 20. Вероятность-3

27 марта 2021

10 "В" класс

Какова вероятность встретить динозавра?
"50% — либо встречу, либо нет."

Фольклор

1 Жюри олимпиады, состоящее из 40 человек, ищет первую задачу для 10 класса. Они договорились дать задачу, которую умеют решать не меньше половины, но не все члены жюри. У них есть список из 30 задач, и каждый член жюри умеет решать 26 из них, причем у любых двух членов жюри наборы решенных задач не совпадают. Докажите, что они смогут найти подходящую задачу.

2 Вероятность того, что некоторое изделие удовлетворяет стандарту равна 0.96. Контрольный тест для стандартных изделий дает положительный результат с вероятностью 0.98, для нестандартных - 0.05. Найти вероятность того, что изделие, дважды выдержавшее тест, стандартно.

3 В семье два ребенка. Известно, что один из них мальчик. Найти вероятность того, что второй ребенок тоже мальчик. (Мы предполагаем, что вероятности рождения мальчика и девочки равны, причем пол каждого ребенка не влияет на эти вероятности для других детей.)

4 Два дворянина из свиты короля в ожидании выхода его Величества решили сыграть в кости. Они сделали одинаковые ставки и договорились, что тот, кто первым выиграет 10 партий, получает все деньги. При счете 9:8 появился король и игру пришлось закончить. Как следует поделить деньги?

Примечание. Это одна из задач, положивших начало теории вероятностей. В XVII в. ее предложил великому французскому математику Б.Паскалю его знакомый, один из тех дворян, о которых говорится в задаче. Паскаль понял, что следует поделить деньги пропорционально шансам, которые имели игроки на окончательную победу в момент остановки игры, и нашел способ вычисления этих шансов для любого счета. Еще один метод решения задачи, приводящий к тому же результату, нашел другой великий математик XVII в. П.Ферма.

5 Король Артур проводит рыцарский турнир по системе с выбыванием. Среди 2^n одинаково искусных рыцарей два близнеца. Найти вероятность их встречи.

6 Правила распространенной в ряде стран игры следующие: игрок бросает две кости. Он выигрывает, если сумма выпавших очков равна 7 или 11, и проигрывает, если она равна 2, 3 или 12. Во всех остальных случаях он бросает кости до тех пор, пока не выиграет, выбросив первоначальную сумму, или не проиграет, выбросив 7. Найти вероятность выигрыша.

7 А, В и С проводят тройную дуэль. А попадает в цель с вероятностью 0.3, В — 0.5, а С стреляет без промаха. Первым стреляет А, вторым В, и т.д., пока лишь один человек не останется цел. Найти оптимальную стратегию А и его шансы уцелеть.

8 **a** Из вершин правильного $2n$ -угольника случайным образом выбираются три. С какой вероятностью образованный ими треугольник будет прямоугольным? остроугольным? тупоугольным?

b Найдите пределы полученных вероятностей при $n \rightarrow \infty$.

c Стержень случайным образом ломают на три части. С какой вероятностью из этих частей можно составить треугольник?

9 Матвей и Тимофей ежедневно бегают на стадионе около школы. Каждый из них выходит на пробежку где-то между 4 и 5 часами, 15 минут бегают по стадиону и уходит. Найдите вероятность их встречи.

10 Прямая проходящая через B , перпендикулярная медиане BM треугольника ABC пересекает прямые, содержащие высоты из вершин A и C в точках K и N соответственно. Докажите, что центры описанных окружностей треугольников ABK и CBN равноудалены от M .

11 Две компании A и B получили право освещать столицу международной шахматной мысли Нью-Васюки, представляющую собой прямоугольную сетку улиц. Они по очереди ставят на неосвещённый перекресток прожектор, который освещает весь северо-восточный угол города (от нуля до 90°). Премию О.Бендера получит та компания, которой на своем ходе нечего будет освещать. Кто выиграет при правильной игре?