Листок 19. Вероятность-2.

20 марта 2021

10 "В" класс

На дне глубокого сосуда
лежало несколько носков.
Поочередно их оттуда
таскали двое дураков.

---

1 Сравните два числа:

$$\frac{1}{1544}+\frac{1}{1545}+\dots+\frac{1}{3086} \qquad ? \qquad 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots-\frac{1}{3086}.$$

Для формализации и решения следующих задач требуется более общее определение вероятности.

Пусть каждому $m \in M$ поставлено в соответствие неотрицательное число $P(m)$, причем сумма всех этих чисел равна 1. Тогда вероятностью события A называется сумма чисел $P(m)$ по всем $m \in A$.

В этом определении множество M может быть и бесконечным, но множество $m \in M$, для которых $P(m) > 0$, должно быть не более, чем счетным

2 В ящике лежат красные и черные носки. Вероятность того, что два случайно вытянутых носка красные равна $\frac{1}{2}$. Найти

a) минимальное количество носков в ящике;

b) минимальное количество носков, если число черных носков четно.

3 Один стрелок попадает в цель с вероятностью 0,8; другой — 0,7. Найти вероятность поражения цели, если оба стреляют одновременно.

4 Электрические лампочки выпускаются двумя заводами, причем один из них производит 70% всей продукции. Лампочки, произведенные первым заводам, удовлетворяют стандартам с вероятностью 0,98; вторым — 0,95. Найти общую вероятность того, что купленная лампочка будет стандартна.

5 Рабочий обслуживает три станка. Вероятности их остановки равны соответственно 0,1; 0,2; 0,15. Найти вероятность безотказной работы всех станков.

6 Победитель в поединке двух боксеров определяется большинством голосов 3 судей. Два судьи выносят верное решение с вероятностью p, а третий голосует, бросая монету. Найти вероятность принятия судьями верного решения.

$\boxed{\mathbf{7}}$ Отец, мать и сын увлекаются шахматами. Отец обещает сыну приз, если он выиграет две партии подряд из трех, сыгранных поочередно с отцом и матерью. Сын знает, что отец играет лучше матери. С кем ему выгоднее играть первую партию?

Условной вероятностью *события B при условии A, где $P(A) \neq 0$, называется отношение $P(B|A) = P(A \cap B)/P(A)$. Если $P(B|A) = P(B)$, то событие B называется независимым от A.*

$\boxed{\mathbf{8}}$ Известно, что при броске игральной кости выпало четное число. Найти вероятность того, что оно меньше 5.

$\boxed{\mathbf{9}}$ Доказать, что если B не зависит от A, то $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

$\boxed{\mathbf{10}}$ Доказать, что если B не зависит от A, то A не зависит от B.

Примечание. *Поскольку свойство независимости событий является симметричным, такие события называются* **взаимно независимыми**.

$\boxed{\mathbf{11}}$ Доказать,что

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

$\boxed{\mathbf{12}}$ Доказать *формулу полной вероятности*: если $A_1, \ldots, A_n$ — полная система событий, то

$$P(B) = P(B|A_1)P(A_1) + \cdots + P(B|A_n)P(A_n)$$

$\boxed{\mathbf{13}}$ Прибор "пополамер" по точке и выпуклой фигуре строит прямую через эту точку, делящую площадь фигуры пополам (если прямых несколько, то выбирает случайным образом). Как с помощью циркуля, линейки и пополамера разделить угол на три равные части?