Листок 18.

13 марта 2021

10 "В" класс

Теория вероятностей *занимается изучением* **случайных событий**, *т.е. таких, которые происходят или не происходят в зависимости от непредсказуемых причин. Мы будем считать, что рассматриваемое событие происходит или не происходит в результате некоторого эксперимента, имеющего несколько возможных исходов. Например, первый встретившийся нам прохожий может оказаться мужчиной или женщиной, подброшенная монета может упасть той или другой стороной и т.п. Если эксперимент имеет n равновозможных исходов, в m из которых происходит интересующее нас событие, то* **вероятность** *события равна $p = m/n$.*

Приведем теперь строгое определение.

Вероятностью *подмножества A конечного множества M называется число*

$$P(A) = P_M(A) := |A|/|M|.$$

Далее, если не оговорено противное, множество M фиксировано и пропускается из обозначений. Тогда вероятность определена для всех его подмножеств. Часто они называются **событиями**.

Очевидно, что вероятность любого события — неотрицательное число, не превосходящее 1. Событие с вероятностью 0 называется **невозможным**, *а с вероятностью 1 —* **достоверным**. *Если из событий $A_1, \ldots, A_n$ обязательно происходит одно и только одно, они образуют* **полную систему событий**.

$\boxed{\mathbf{0}}$ $\boxed{\text{a}}$ Найти вероятность того, что подброшенная монета упадет орлом вверх.

$\boxed{\text{b}}$ Найти вероятность того, что при бросании игральной кости выпадет шестерка.

Из колоды в 52 карты вытаскивается одна карта. Найти вероятности того, что она окажется

$\boxed{\text{c}}$ черной масти;

$\boxed{\text{d}}$ тузом;

$\boxed{\text{e}}$ картинкой;

$\boxed{\text{f}}$ дамой пик.

$\boxed{\mathbf{1}}$ Дана окружность и не лежащая на ней точка P. Пусть XY — произвольный диаметр окружности, а A и B — вторые точки её пересечения с прямыми PX и PY. Найдите геометрическое место центров описанных окружностей PAB.

$\boxed{\mathbf{2}}$ Доказать **правило сложения вероятностей**: если события A и B не могут произойти одновременно, то вероятность наступления хотя бы одного из них равна сумме их вероятностей — $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$.

$\boxed{\mathbf{3}}$ Найти $p(A \cup B)$, если известны вероятности событий A и B и вероятность $p(A \cap B)$ их одновременного наступления.

$\boxed{\mathbf{4}}$ Найти вероятность того, что вытащенная из колоды карта окажется тузом или бубной.

$\boxed{\mathbf{5}}$ Доказать **правило умножения вероятностей**: если наступление или ненаступление события A не влияет на наступление или ненаступление события B, то $p(A \cap B) = p(A)p(B)$.

$\boxed{\mathbf{6}}$ Монета бросается 3 раза. Найти вероятность выпадения

$\boxed{\text{a}}$ трех орлов;

$\boxed{\text{b}}$ двух орлов и решки.

$\boxed{\mathbf{7}}$ Найти вероятности того, что при бросании 2 игральных костей сумма выпавших очков составит 2, 3,..., 12.

$\boxed{\mathbf{8}}$ Найти вероятности того, что при бросании 2 игральных костей на первой выпадет больше очков, чем на второй.

$\boxed{\mathbf{9}}$ Петя знает ответы на 10 вопросов из 30. Билет состоит из 2 вопросов. С какой вероятностью Петя ответит на оба?

$\boxed{\mathbf{10}}$ Для бесконечной последовательности $a_1, a_2, \ldots$ её первая производная — это последовательность $a'_n = a_{n+1} - a_n$ (где $n = 1, 2, \ldots$), а её k-я производная — это первая производная её $(k-1)$-й производной ($k = 2, 3, \ldots$). Назовём последовательность хорошей, если она и все её производные состоят из положительных чисел. Докажите, что если $a_1, a_2, \ldots$ и $b_1, b_2, \ldots$ — хорошие последовательности, то и $a_1 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2, \ldots$ — хорошая последовательность

$\boxed{\mathbf{11}}$ Из шахматной доски вырезали 10 клеток. Известно, что среди вырезанных клеток есть как черные, так и белые. Какое наибольшее количество двухклеточных прямоугольников можно после этого гарантированно вырезать из этой доски?